

Fibonacci e il linguaggio della natura: dalle galassie, alle piante, alla coclea. L'incontro con Federico II

Aldo Messina , Medico specialista in Audiologia, Palermo

Rosario Schicchi Professore Ordinario di Botanica Università di Palermo, Orto Botanico UniPa Heritage

Introduzione

Quali sono le connessioni tra il pensiero matematico di **Fibonacci** e i fenomeni della biologia terrestre? E quale ruolo ha giocato l'Imperatore **Federico II** nello sviluppo e nella diffusione di tale pensiero? Le risposte emergono da un affascinante incrocio tra storia, scienza e filosofia, in un Medioevo in fermento culturale, ben lontano dai luoghi comuni sull'“età buia”.

1. Leonardo Fibonacci: un ponte tra culture

Leonardo Pisano, meglio conosciuto come Fibonacci (dall'appellativo latino *filius Bonacci*), nacque a Pisa intorno al 1170 e vi morì nel 1242 circa. È considerato uno dei massimi matematici del Medioevo, e colui che ha introdotto in Europa il sistema di numerazione indo-arabico, rivoluzionando il modo di fare calcoli in Occidente.

Suo padre Guglielmo, notaio e rappresentante commerciale della Repubblica di Pisa, lavorava a Bugia (l'attuale Béjaïa, in Algeria), importante centro culturale islamico. Qui Fibonacci entrò in contatto con studiosi arabi e iniziò il suo apprendistato matematico, apprendendo il sistema numerico posizionale e lo **zero** (*ṣifr* in arabo, da cui l'italiano “cifra” e lo spagnolo “cero”).

Come osserva lo storico della matematica Keith Devlin (2011), Fibonacci si trovò in una posizione culturale privilegiata: «Egli fu uno dei primi europei medievali a riconoscere il valore della matematica araba e a divulgarla in modo sistematico».

Fibonacci studia le opere del matematico persiano del IX secolo, Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi. Il suo nome, latinizzato in *Algorithmus*, ha dato origine al termine "algoritmo", utilizzato per indicare qualsiasi procedimento sistematico volto alla risoluzione di problemi. Approfondisce anche l'algebra, parola che deriva dall'arabo *al-ğabr*, che significa "ricomposizione" o "riunione". Il termine fu introdotto dallo stesso al-Khwarizmi nel suo trattato *Al-kitāb al-muḥtaṣar fī ḥisāb al-ğabr wa-l-muqābala*, ovvero "Compendio sul calcolo per completamento e confronto".

2. Le principali opere e l'influenza araba

Fibonacci fu il principale artefice della trasmissione della sapienza matematica orientale in Occidente, traducendola in un linguaggio accessibile e innovativo per il contesto europeo. Le sue opere più importanti testimoniano l'influenza profonda del sapere arabo e indiano, che egli rielabora con grande originalità.

- **Liber Abaci** (1202, ristampato nel 1228): è la sua opera più celebre, in cui introduce in Europa il sistema di numerazione decimale posizionale, comprensivo dello zero (dall'arabo *zifr*, da cui deriva il termine "cifra"). Fibonacci dimostra la superiorità del sistema indo-arabico rispetto alla numerazione romana, ancora in uso in quell'epoca. Un esempio pratico chiarisce l'efficacia del nuovo sistema: l'operazione **XXVII + XXXXVIII** ($27 + 48$), espressa in numeri romani, richiede una conversione mentale complessa e poco intuitiva. Al contrario, nel sistema decimale è sufficiente sommare **27 + 48 = 75**.

Lo zero, del tutto assente nella numerazione romana — in cui "non era concepibile un numero a cui non corrispondesse una quantità visibile" (Menninger, 1992) — assume qui un ruolo centrale. Il termine arabo *zifr*, che indica lo zero, ha influenzato anche il lessico poetico: da esso deriva *zefiro*,

il “vento da nulla”, simbolo dell'apparente invisibilità ma fondamentale presenza dello zero.

- **De Practica Geometriae** (ca. 1220): dedicato a Domenico Ispano, astronomo alla corte di Federico II, è un trattato di geometria pratica in cui compare anche il concetto di **rapporto aureo**, utilizzato in modo innovativo grazie all'impiego dell'algebra per risolvere problemi geometrici.
- **Liber Quadratorum** (1225): trattato di algebra avanzata, dedicato all'imperatore Federico II, affronta equazioni quadratiche e cubiche con metodi rigorosi e originali. L'opera rappresenta una delle prime elaborazioni sistematiche dell'algebra superiore in Europa.
- **Flos** (1226): testo algebrico in cui Fibonacci risolve problemi complessi proposti dai matematici della corte imperiale, dimostrando la potenza del metodo algebrico orientale applicato alle sfide intellettuali occidentali.

Attraverso queste opere, Fibonacci fonde il rigore teorico della tradizione greca, l'efficienza computazionale della numerazione araba e la curiosità speculativa occidentale. Il risultato è una sintesi culturale che getta le basi per lo sviluppo del pensiero scientifico moderno in Europa.

Oltre alla genialità delle sue intuizioni, ciò che affascina di Fibonacci è la leggerezza con cui sembra “giocare” con i numeri. Un esempio curioso si trova nel *Liber Quadratorum*, dove riprende un'idea già nota a Pitagora: per calcolare il quadrato di un numero intero, è sufficiente sommare i primi numeri dispari consecutivi fino a raggiungere quel numero.

Ad esempio:

Il quadrato di 3 si ottiene sommando i primi tre numeri dispari: $1 + 3 + 5 = 9$, che è appunto 3^2 .

Il quadrato di 5 si ricava sommando i primi cinque numeri dispari: $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$, ovvero 5^2 .

Questa semplice regola dimostra non solo la profondità della conoscenza matematica di Fibonacci, ma anche il suo talento nel rendere accessibili, e persino divertenti, concetti che sarebbero diventati fondamentali nella storia della matematica.

3. Il rapporto con Federico II di Svevia

Contemporaneo di Fibonacci fu **Federico II di Hohenstaufen** (1194–1250), imperatore del Sacro Romano Impero, noto come *stupor mundi* per la sua cultura enciclopedica. Federico fu un protettore delle scienze e della filosofia e creò, nella sua corte di Palermo, un crogiolo di saperi greci, arabi e latini, precursore del Rinascimento.

È emblematico che, nel periodo delle Crociate, la corte di Federico a Palermo fosse un centro di convivenza pacifica tra musulmani, ebrei e cristiani. L'apertura mentale dell'Imperatore permise lo sviluppo di una cultura scientifica avanzata, dove si studiava filosofia, astronomia, medicina e matematica.

Basti pensare che Federico II scrisse il *De arte venandi cum avibus*, un trattato scientifico sulla falconeria con rigorose osservazioni naturalistiche, influenzato dalle scienze arabe. In questo contesto, la figura di Fibonacci si inserisce perfettamente: uomo del dialogo tra culture, capace di importare e tradurre concetti rivoluzionari.

Nel 1225-26, Fibonacci partecipò a una **disputa matematica** alla corte imperiale, dove affrontò problemi complessi proposti dal Maestro Giovanni da Palermo, uno degli intellettuali della cerchia di Federico. Questo confronto portò Fibonacci a redigere il *Liber Quadratorum*, opera dedicata all'Imperatore, in cui risolve equazioni quadratiche e cubiche con tecniche avanzate.

3.1 Fibonacci e Federico II: un incontro tra genio e potere

Per l'imperatore Federico II, il 1226 è stato un anno importante. Il giorno della Santa Pasqua, nella città di Cremona, su sua iniziativa, convocava tutte le città libere della Lombardia e quelle a lui più fedeli. L'ordine del giorno è la restaurazione dei diritti imperiali nella Lombardia, la preparazione della crociata (almeno ci ha provato!) e la repressione dell'eresia.

Nello stesso anno, Federico II, nonostante attraversasse un periodo politicamente abbastanza critico, facendo fede alla sua fama di curioso ricercatore scientifico, vuol incontrar Fibonacci. Per immedesimarsi nel periodo storico, solo un anno dopo, nel 1227, riceverà la prima scomunica da Gregorio IX a causa dei continui rinvii della partenza per la crociata (vedi sopra!) e al tempo stesso difendersi negli scontri tra le città libere e l'Imperatore.

Nel 1226, Fibonacci e Federico II di Svevia si incontrarono a Pisa. Il matematico, già famoso per aver introdotto il sistema numerico indo-arabico in Europa, e l'imperatore, promotore di scienze e filosofia, discussero di **algebra**, **geometria** e problemi matematici complessi. Un evento che, pur senza l'enfasi dei resoconti medievali, rappresenta uno dei vertici culturali del XIII secolo. Non sorprende: Federico II fu un imperatore illuminato, fondatore dell'Università di Napoli (1224) e promotore della tolleranza religiosa e del sapere scientifico, anche grazie ai suoi contatti con il mondo arabo (Abulafia, 1992). Promotori dell'incontro alcuni studiosi della sua corte: Michele Scoto, Domenici Ispano, Giovanni il Panormita e Teodoro d'Antiochia

A seguito di questo incontro, Fibonacci revisionò il suo *Liber Abaci* (1228), ampliandolo con nuove soluzioni e approfondimenti ispirati proprio dai quesiti proposti dall'imperatore e dalla sua corte. Uno di questi — forse attribuito anche al padre di Fibonacci, Guglielmo — è passato alla storia come **il problema dei conigli**, una metafora riproduttiva che cela una delle sequenze numeriche più importanti della matematica.

La corrispondenza tra i due è andata perduta, ma le dediche delle opere e la documentazione storica confermano un **rapporto di stima reciproca**. Il trattato *Flos* (1226), incentrato sull'algebra, fu dedicato all'imperatore.

È noto, anche se non documentato con epistole dirette sopravvissute, che Federico concesse a Fibonacci **una pensione annuale** per incoraggiarne gli studi (Rashed & Armstrong, 2000). Questo riconoscimento ufficiale sancì il ruolo di Fibonacci come “matematico di corte” onorario, pur senza un incarico formale.

4. Il problema dei conigli e la nascita di una sequenza universale

Nel Liber Abaci Fibonacci formula così uno dei problemi più celebri della storia della matematica: quello dei conigli.

Il problema originario:

“Un uomo mette una coppia di conigli in un recinto. Quante coppie si avranno dopo un anno, se ogni mese ogni coppia genera una nuova coppia, che diventa fertile dal secondo mese di vita?” (Fibonacci, *Liber Abaci*, 1228).

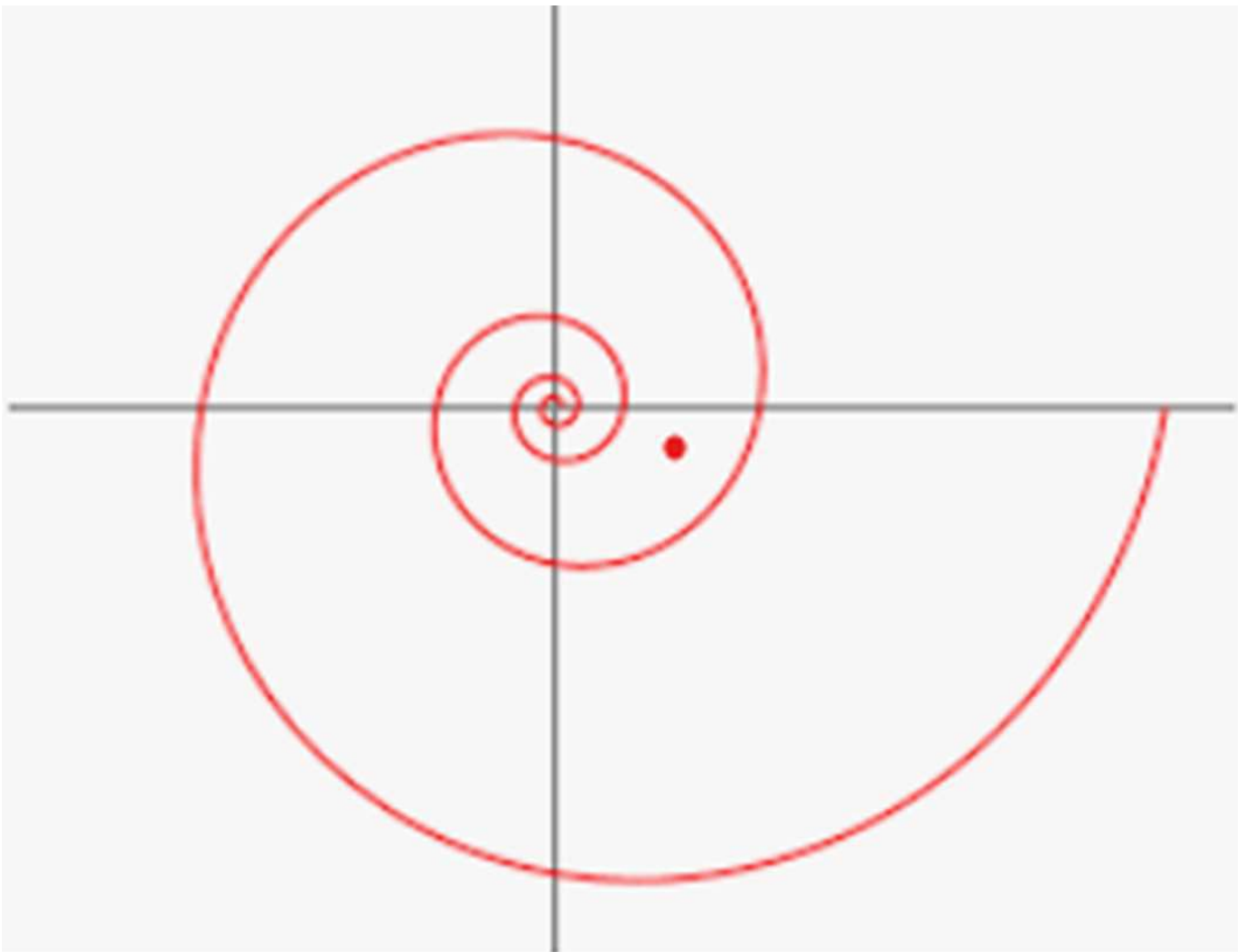
Seguendo la logica dell'enunciato, si ottiene la sequenza:
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, **233**.

Questa sequenza, oggi nota come **successione di Fibonacci**, è un esempio di **successione ricorsiva**, dove ogni numero è la somma dei due precedenti. Alla fine dell'anno, si avranno **233 coppie** di conigli.

Questa è una successione ricorsiva, in cui ogni termine è determinato dalla somma dei due precedenti. La sua struttura semplice ma profonda ha ispirato studiosi di ogni epoca.

Come sottolinea Mario Livio, astrofisico e divulgatore, (2022), «La sequenza di Fibonacci è uno degli esempi più affascinanti di come un concetto matematico si manifesta ovunque: nella crescita delle piante, nella forma delle galassie, nella struttura delle conchiglie, nella genetica e persino nella musica».

La successione di Fibonacci porta naturalmente alla costruzione di una **spirale logaritmica**, nota anche come spirale aurea o di Cartesio (fig 1)



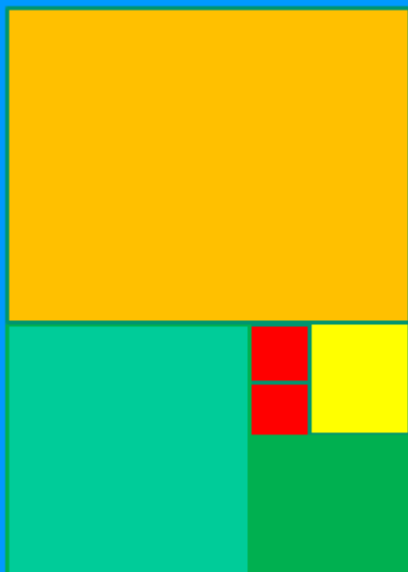
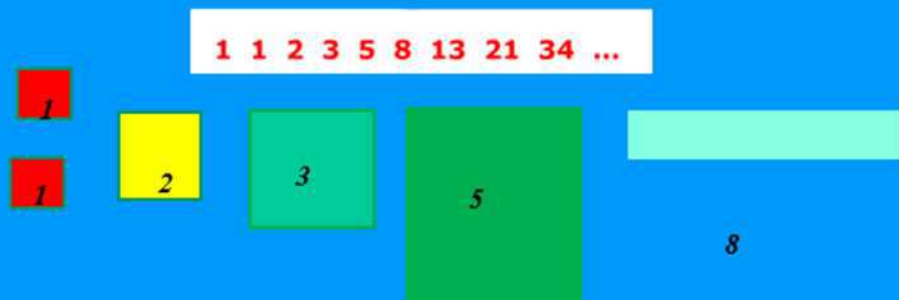
che si distingue da quella di Archimede (fig 2) che ha bracci equidistanti.

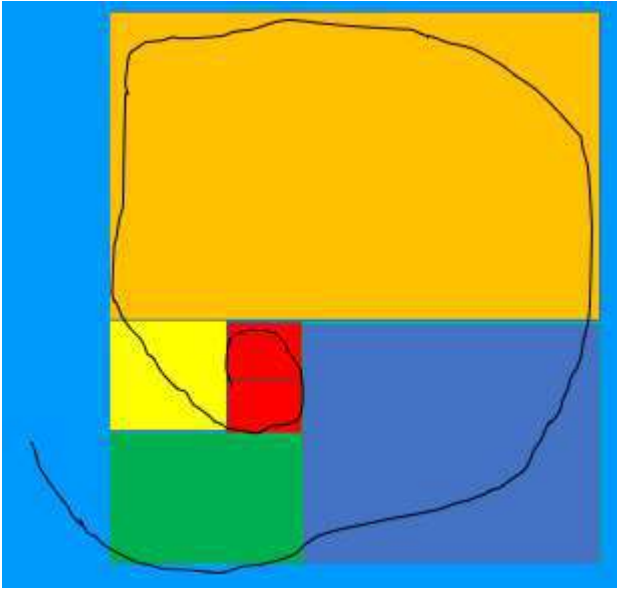


La spirale logaritmica, invece, cresce in modo esponenziale e mantiene la stessa forma in qualsiasi scala (proprietà detta *autosimilarità*).

Disegnandola con quadrati i cui lati corrispondono ai numeri della successione (1, 1, 2, 3, 5, 8...), si ottiene una figura che cresce in modo logaritmico, non lineare (fig 3,4,5) : ogni "passo" è proporzionale al precedente, creando un andamento armonico e ricorrente in natura.

Se costruiamo dei quadrati, seguendo la progressione di Fibonacci e pertanto il cui lato è dato dalla somma della misura dei due lati precedenti





Un'ulteriore curiosità: anche le differenze tra i termini consecutivi della sequenza che ricostruiscono a loro volta la sequenza stessa. Ad esempio:

$$2 - 1 = 1$$

$$3 - 2 = 1$$

$$5 - 3 = 2$$

$$8 - 5 = 3$$

$$13 - 8 = 5$$

$$21 - 13 = 8$$

...e così via.

Questa proprietà riflette la struttura interna ed estremamente coerente della successione, che continua a ispirare matematici, scienziati, artisti e filosofi da oltre otto secoli.

La spirale aurea ricorre in moltissimi fenomeni naturali, tra cui:

- la coclea dell'orecchio umano ha forma spiraliforme per assicurare un'assimilazione uniforme delle frequenze sonore;

- la conchiglia del *Nautilus*;
- le galassie a spirale;
- le ammoniti;
- la traiettoria dei rapaci in picchiata descrive una spirale per mantenere il sole a un angolo costante, massimizzando la visibilità della preda;
- la disposizione dei petali dei fiori;
- la struttura dei cicloni e degli uragani;
- alcune traiettorie animali.

Non si tratta di coincidenze. La spirale aurea è uno degli esempi più evidenti di come la matematica sia alla base delle strutture naturali (Stewart, 2001).

La Sezione Aurea: l'Armonia dell'Universo

La successione di Fibonacci presenta una proprietà affascinante: il rapporto tra due termini consecutivi tende progressivamente verso un valore costante. Ecco alcuni esempi:

- $3/2 = 1,5$
- $5/3 = 1,666...$
- $8/5 = 1,6$
- $13/8 \approx 1,625$
- $21/13 \approx 1,615...$

Man mano che la sequenza procede, il rapporto si stabilizza intorno a **1,618**, un numero noto sin dall'antichità come **sezione aurea** o **numero aureo**, indicato con la lettera greca **ϕ (phi)**.

Già i Greci chiamavano questo valore "divina proporzione". Fu Euclide, nel *Libro VI* degli *Elementi* (circa 300 a.C.), a descriverne formalmente la definizione, affermando che:

"Una retta è divisa in estrema e media ragione quando l'intero sta alla parte maggiore come la parte maggiore sta alla minore."

In termini moderni:

$$S:a = a : b$$

dove **S** è la somma dei due segmenti, **a** il segmento maggiore, **b** il minore.

Nel Rinascimento, la sezione aurea divenne un principio estetico fondamentale.

- Piero della Francesca ne teorizzò l'utilizzo in architettura;
- Leonardo da Vinci la impiegò nelle sue opere e nelle proporzioni del celebre "Uomo Vitruviano", simbolo della perfezione umana in armonia con l'universo.
- Persino il nome del matematico Fidia, a cui si attribuisce l'uso della sezione aurea nel Partenone, viene spesso associato al simbolo ϕ .

Nel 1611, Johannes Keplero collegò direttamente la successione di Fibonacci alla sezione aurea, scrivendo:

"La geometria ha due grandi tesori: uno è il Teorema di Pitagora, l'altro è la divisione aurea. Il primo possiamo paragonarlo a un'oncia d'oro, il secondo a un gioiello preziosissimo." (*Keplero, De nive sexangula*).

Ma il fascino di ϕ non si esaurisce nella matematica o nell'arte. Il fisico Mario Livio, in tempi più recenti (2002), ha definito la sezione aurea un vero e proprio "rapporto universale", sottolineando come:

"Emerga ovunque: nelle spirali delle galassie, nella disposizione dei petali dei fiori, nel pollone del girasole."

Anche nella fotografia, nel disegno, nella grafica e perfino nell'anatomia umana, la sezione aurea trova applicazione pratica. La cosiddetta "**regola dei terzi**", spesso utilizzata per ottenere composizioni visivamente equilibrate, è una semplificazione efficace di questo principio millenario.

In sintesi, la sezione aurea non è solo un concetto matematico: è un principio archetipico di bellezza e armonia, una costante che attraversa scienza, natura e arte, rivelando che la matematica non descrive soltanto il mondo... ne coglie l'anima profonda.

5. Castel del Monte e la matematica incarnata nell'architettura

Federico II di Svevia, affascinato dalla genialità di Fibonacci, lo invitò più volte alla sua corte di Palermo. Sebbene il matematico non abbia mai accettato formalmente questi inviti, la sua influenza culturale e scientifica sembra aver lasciato tracce profonde, forse persino nella progettazione di Castel del Monte (fig 6) una delle architetture più enigmatiche e avanzate del Medioevo.



Costruito tra il 1240 e il 1250 sulla Murgia pugliese, Castel del Monte è un capolavoro di simmetria, proporzione e simbolismo matematico. La sua pianta è un ottagono perfetto, con otto torri ottagonali disposte agli angoli e un cortile interno anch'esso ottagonale. L'intera struttura appare come un manuale di geometria applicata: rettangoli costruiti secondo il rapporto aureo, intersezioni simmetriche, orientamenti astronomici.

I lati dei rettangoli aurei misurano 22 e 35,6 metri, un rapporto che si avvicina al numero aureo ϕ ($\approx 1,618$). In un'epoca in cui il sistema metrico decimale non era ancora adottato, i 22 metri corrispondevano a 40 cubiti sacri da 55 cm ciascuno, la misura attribuita a Re Salomone. Questo rimando biblico, unito all'equilibrio aureo della struttura, lascia intuire un progetto non solo ingegneristico ma anche spirituale e filosofico.

Particolarmente significativa è la ricorrenza del numero otto, che domina l'intera architettura: otto torri, otto lati, otto sale. Dall'alto, il castello assume la forma di una corona. Ma l'ottagono non è solo un elemento estetico: è forma intermedia tra il quadrato (simbolo dell'uomo e della Terra) e il cerchio (immagine del Cielo). In questo senso, l'ottagono rappresenta la connessione tra il terreno e il divino, una sintesi geometrica del sapere medievale.

Come suggerisce Umberto Eco (1980), l'ottagono simboleggia «l'equilibrio tra il potere terreno e la conoscenza cosmica». Non a caso, imperatori come Carlo Magno e Federico Barbarossa adottarono simboli ottagonali per affermare la loro autorità al di là dei limiti imposti dalla Chiesa. La corona ottagonale di Carlo Magno e i lampadari ottagonali del castello di Federico Barbarossa ne sono esempi emblematici.

Secondo alcune interpretazioni, anche Federico II avrebbe scelto la forma ottagonale per affermare la propria autonomia dal potere ecclesiastico. La sua visione politica e culturale era improntata a una forma di pensiero laico e scientifico, spesso in contrasto con la Chiesa. Non a caso, fu scomunicato tre volte: due da Papa Gregorio IX, una da Innocenzo IV. Eppure, fu sepolto nella Cattedrale di Palermo: un gesto che riflette tutte le contraddizioni della sua figura di imperatore-filosofo.

Anche se non vi sono prove certe del coinvolgimento diretto di Fibonacci nella progettazione del castello, la sua influenza scientifica e matematica è palpabile. Castel del Monte si configura come una metafora architettonica del sapere integrato, dove geometria, filosofia, astronomia e politica si fondono in un'unica visione del mondo.

6. Applicazioni pratiche della sezione aurea: medicina, anatomia e musica

6.1. La sezione aurea nelle proporzioni del corpo umano e nella medicina

La sezione aurea si riflette anche nelle proporzioni del corpo umano, come suggeriscono vari studi anatomici. Un esempio significativo è il rapporto tra la distanza dall'ombelico al tallone e quella dalla testa all'ombelico, spesso prossimo a ϕ (1,618).

In un importante studio condotto in Austria su oltre 150.000 soggetti di entrambi i sessi, è emerso che chi presenta un rapporto tra pressione arteriosa sistolica e diastolica pari a 1,618 tende a vivere più a lungo, rispetto ad altri con rapporti differenti (Ripamonti, 2009).

Immaginando il corpo umano come un unico segmento, l'ombelico può dividerlo in due parti: una più lunga (dal piede alla testa) e una più corta (dal piede all'ombelico). In persone ben proporzionate, il segmento più lungo risulta media proporzionale tra l'intera lunghezza e la parte più corta. Così, moltiplicando per 1,618 la distanza dai piedi all'ombelico, si ottiene un'approssimazione dell'altezza totale.

Lo stesso schema si ritrova anche in altre parti del corpo:

- Nella mano, il metacarpo spesso costituisce la media proporzionale tra le falangi e la lunghezza complessiva della mano.
- La distanza dal ginocchio all'anca, moltiplicata per ϕ , corrisponde alla lunghezza dalla coscia fino al malleolo.
- Allo stesso modo, moltiplicando per 1,618 la distanza dal gomito alla mano (dita tese), si ottiene la lunghezza totale del braccio.

In ambito medico, lo studio di Moscarelli e De Paulis (2016), dal titolo *"The golden perfection of the aortic valve"*, ha evidenziato che alcune strutture cardiache, come le valvole aortiche, rispettano rapporti dimensionali conformi alla sezione aurea, indicando una connessione tra geometria, biologia ed efficienza funzionale.

6.2. La coclea e la musica: armonie naturali e proporzioni auree

Dalla struttura della coclea alla costruzione delle scale musicali, passando per la percezione sonora e la costruzione degli strumenti, emerge una sorprendente coerenza: la musica e il nostro sistema uditivo sembrano entrambi fondati su principi geometrici, logaritmici e aurei, rivelando ancora una volta l'intima connessione tra matematica, natura e arte.

Tutti conosciamo le sette note musicali: **do, re, mi, fa, sol, la, si**. L'ottava rappresenta la distanza tra due note "**do**" successive, ovvero tra una nota e il suo raddoppio in frequenza. Una scala musicale è costituita da una successione ordinata di otto note; sebbene possa iniziare da qualsiasi suono, la scala di do maggiore (do, re, mi, fa, sol, la, si, do) è spesso considerata la più armoniosa e naturale all'ascolto.

All'interno della scala di do, notiamo che la distanza tra la maggior parte delle note è di un tono intero:

- **do-re, re-mi, fa-sol, sol-la, la-si**
mentre due intervalli, **mi-fa** e **si-do**, sono di **un semitono**.

Una scala cromatica completa è formata da **dodici semitoni**, ognuno dei quali rappresenta un incremento costante in termini di rapporto tra frequenze.

La progressione delle frequenze nei dodici semitoni può essere descritta matematicamente. Se indichiamo con T_1 la frequenza di partenza (ad esempio, 1), le frequenze successive si ottengono moltiplicando per la radice dodicesima di 2:

- $T_2 = T_1 \times 2^{1/12}$
- $T_3 = T_2 \times 2^{1/12} = T_1 \times 2^{2/12}$
- ...
- $T_{13} = T_1 \times 2^{12/12} = T_1 \times 2$

Quindi, l'**ottava** (T_{13}) corrisponde a un raddoppio della frequenza iniziale.

Questa serie forma una progressione geometrica continua: $T_1 : T_2 = T_2 : T_3 = T_3 : T_4 = \dots$, in cui ogni passo è costante in termini di rapporto, non di differenza assoluta.

La sezione aurea si riscontra nella scala musicale. Ecco un'osservazione affascinante:

La radice dodicesima di 2 è circa **1,0595**. Se eleviamo questo valore alla ottava potenza (cioè $1,0595^8$), otteniamo circa **1,618**, ovvero il numero aureo ϕ .

Questo significa che l'intervallo di otto semitoni, che corrisponde a una sesta maggiore, produce un rapporto di frequenza che approssima il valore della sezione aurea.

La musica riflette queste proporzioni naturali:

- L'intervallo di un'ottava ha un rapporto di frequenza di 2:1;
- Alcuni intervalli specifici (come la sesta maggiore) approssimano ϕ (1,618);
- Gli strumenti musicali, come le canne d'organo, vengono spesso progettati seguendo proporzioni auree per esaltarne l'armonia.

La coclea: geometria aurea dell'udito

Questa relazione matematica non è solo teorica: trova riscontro nella struttura dell'orecchio umano. La coclea, parte dell'orecchio interno fondamentale per l'udito, è una struttura a spirale composta da circa 2,75 giri attorno al modiololo:

La sua forma spesso richiama le spirali dei molluschi, ma gli studi mostrano che non segue esattamente una spirale logaritmica, come quella del *Nautilus*. La sua conformazione è determinata da vincoli spaziali all'interno dell'osso temporale e risponde a una precisa efficienza di impacchettamento (Pietsch et al., 2017).

A livello funzionale, si è dimostrato che la curvatura graduata della coclea migliora la percezione delle basse frequenze, focalizzando l'energia sonora verso la parete esterna del condotto cocleare, in particolare verso l'apice (Manoussaki et al. 2008). Sebbene non sia perfettamente logaritmica, la spirale della coclea favorisce una distribuzione graduale e uniforme delle vibrazioni sonore lungo la membrana basale,

coerente con meccanismi logaritmici e autosimilari, utili nell'amplificazione e percezione dei suoni (fig 7)



Inoltre, la scala di intensità acustica decibel è di natura logaritmica, riflettendo le stesse dinamiche geometriche della spirale cocleare e la percezione uditiva graduale.

In alcune applicazioni terapeutiche, come nel trattamento degli acufeni, si fa uso della musica frattale per le sue proprietà di equilibrio e coerenza (Vanneste et al., 2013).

7. Natura, arte, botanica: una sinfonia di spirali e proporzioni

È quasi superfluo dirlo: la sezione aurea, o *divina proporzione*, attraversa secoli e culture come un filo invisibile che lega natura, arte e sapere umano. Questo rapporto matematico ha affascinato filosofi, architetti e artisti fin dall'antichità, tanto da divenire una sorta di codice nascosto dell'armonia.

Nell'architettura, le testimonianze sono numerose e sorprendenti. Il Partenone di Atene, emblema dell'architettura classica, sembra costruito secondo rapporti aurei tanto nelle sue proporzioni generali quanto nei dettagli architettonici. Ma esempi simili emergono anche in civiltà lontane tra loro nel tempo e nello spazio: la Porta del Sole in Bolivia, struttura megalitica della cultura Tiwanaku, sembra riflettere anch'essa proporzioni auree. In Italia, ritroviamo queste stesse armonie nel Tempio della Concordia ad Agrigento, nel Pantheon di Roma, con la sua perfetta geometria sferica, e nell'Arco di Costantino.

La sezione aurea appare anche nelle strutture medievali e rinascimentali: dal Battistero romanico di Pisa a Notre-Dame de Paris, da Castel del Monte, al Tempio Malatestiano di Rimini, ristrutturato da Leon Battista Alberti con un evidente richiamo alle proporzioni classiche. La Cattedrale di Colonia, con le sue slanciate verticalità gotiche, sembra anch'essa rispondere a logiche di simmetria e armonia legate a questo principio.

Anche la pittura ha accolto la sezione aurea come strumento per comporre e ordinare lo spazio. Leonardo da Vinci, uomo simbolo dell'unione tra scienza e arte, la impiega nel celebre *Uomo Vitruviano*, dove il corpo umano è inscritto perfettamente entro un cerchio e un quadrato secondo proporzioni precise. Nella *Gioconda*, si ipotizza che la disposizione degli elementi segua una griglia aurea, conferendo all'opera quell'equilibrio enigmatico che tanto la caratterizza.

Allo stesso modo, *La Primavera* di Botticelli presenta una disposizione dei personaggi e degli elementi naturali che rimanda a ritmi geometrici sottili, capaci di guidare lo sguardo dello spettatore lungo un percorso visivo armonico. E questi sono solo alcuni tra i molti esempi possibili: da Piero della Francesca a Salvador Dalí, da Michelangelo a Le Corbusier, il numero aureo è stato invocato come chiave per accedere a una bellezza quasi universale.

Questa ricorrenza non è frutto del caso. Riflette, piuttosto, un'intuizione profonda: che l'armonia visiva, per essere percepita come tale, deve rispecchiare quelle stesse leggi che regolano la crescita delle piante, la disposizione dei petali, la forma

delle conchiglie, la spirale delle galassie. Arte e architettura, quindi, non fanno che riflettere — consapevolmente o meno — quell'ordine naturale inscritto nel mondo, trasformandolo in esperienza estetica e culturale.

La ricerca dell'armonia visiva si estende anche all'arte contemporanea della fotografia. In particolare, nella *food photography* e in altri ambiti fotografici, è prassi suddividere idealmente l'immagine secondo un reticolo geometrico chiamato "regola dei terzi", concettualmente ispirato alla sezione aurea. Questo reticolo si compone di due linee verticali e due orizzontali equidistanti, che suddividono l'inquadratura in nove rettangoli uguali.

I quattro punti in cui le linee si incrociano sono detti punti di forza, punti focali o fuochi: è lì che si concentra naturalmente l'attenzione dell'osservatore. Il riquadro centrale, delimitato da queste intersezioni, prende talvolta il nome di zona aurea, ed è considerato il punto ideale per collocare il soggetto principale o gli elementi visivi più significativi.

Questo principio, pur semplificato rispetto al calcolo rigoroso della sezione aurea, si basa sulla stessa idea fondamentale: la bellezza nasce da un equilibrio tra simmetria e asimmetria, tra ordine e dinamismo. In tal senso, la fotografia moderna continua, con strumenti diversi, la lunga tradizione dell'arte di comporre secondo natura.

7.1 Botanica: spirali, frattali e sezione aurea

Per comprendere quanto profondamente il numero aureo sia inscritto nei meccanismi dell'universo, è sufficiente osservare la natura stessa, e in particolare il mondo vegetale, dove questa proporzione si manifesta con sorprendente regolarità e armonia.

Riprendiamo come riferimento la celebre successione di Fibonacci:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89...

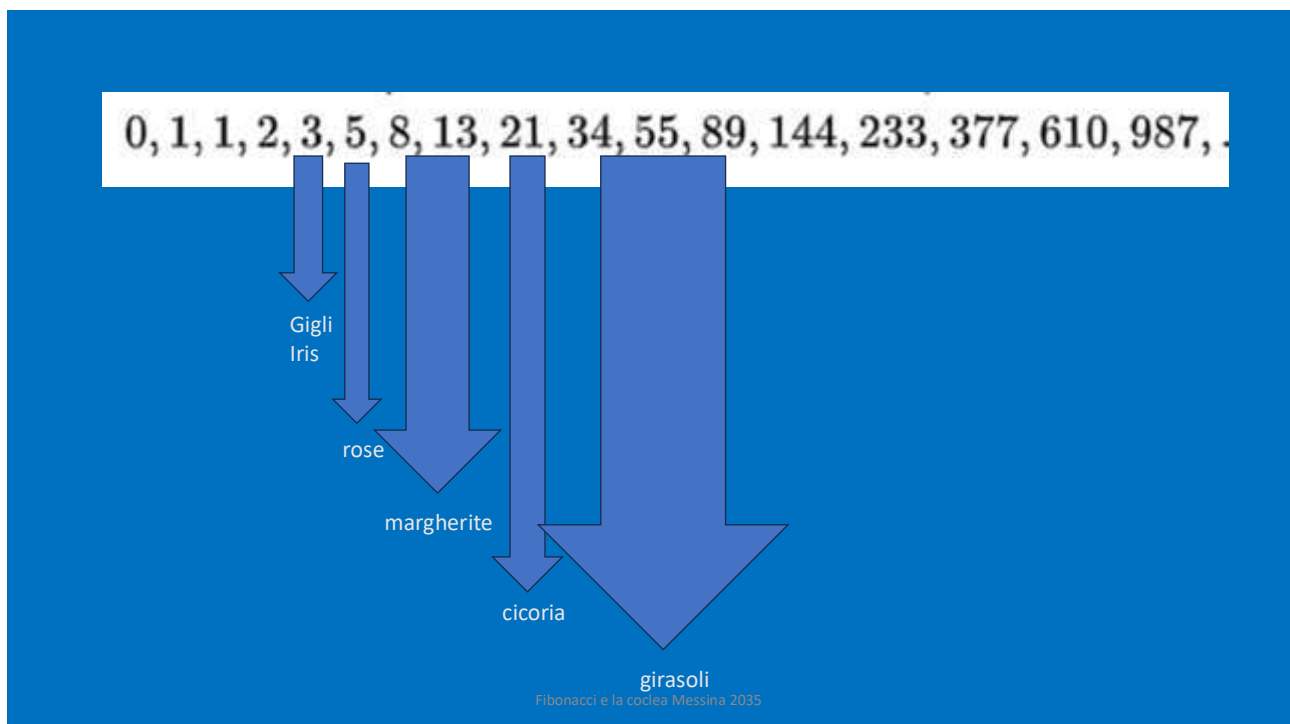
In questa sequenza, ogni numero è la somma dei due precedenti. Ma non si tratta solo di una curiosità matematica: la successione di Fibonacci è una vera e propria

legge della natura, che si riflette nella struttura, nella disposizione e nel numero degli elementi vegetali. Spesso, infatti, il rapporto tra due numeri consecutivi della successione tende al numero aureo ($\approx 1,618$), una proporzione che si ritrova nei pattern di crescita di moltissime specie vegetali.

L'influenza della successione di Fibonacci si manifesta nel numero dei petali, dei sepali, delle brattee o dei fiori nelle infiorescenze.

Ecco alcuni esempi emblematici:

- 5 sepali e 5 petali: ciliegio, mandorlo, melo, rosa, pero (gig)
- 5 sepali e 5 petali: passiflora, con una disposizione spesso pentagonale che richiama il concetto di simmetria aurea;
- 6 tepali (3 petali + 3 sepali petaloidi): specie del genere *Lilium*;
- 13 fiori: margherita dorata (*Euryops pectinatus*);
- 21 fiori: cicoria (*Cichorium intybus*);
- 34, 55 o 89 fiori: nelle infiorescenze del girasole (*Helianthus annuus*), in funzione del grado di maturazione (fig 8)



Molte piante, oltre al numero degli elementi, mostrano anche pattern spirali riconducibili ai numeri di Fibonacci. Queste spirali seguono due direzioni opposte (oraria e antioraria), in cui il numero di bracci corrisponde spesso a due numeri consecutivi della successione:

- Pigne e ananas: 8 spirali in senso orario e 13 in senso antiorario;
- Girasole: fino a 34 spirali in una direzione e 55 nell'altra, oppure 55 e 89 nei capolini più maturi.

Questi schemi non sono casuali: sono il risultato di un'ottimizzazione naturale per distribuire i semi, le foglie o i fiori nello spazio nel modo $\pi\sqrt{\pi}$ efficiente possibile, massimizzando l'esposizione alla luce solare e riducendo la competizione tra elementi vicini.

Un altro esempio interessante è la *Bougainvillea*, i cui elementi più appariscenti non sono i fiori veri e propri, bensì 3 brattee colorate che circondano un'infiorescenza composta da 3 piccoli fiori gialli. Questi fiori, di forma pentagonale, evocano il numero 5, il numero successivo nella successione, suggerendo una continuità simbolica e strutturale.

Anche nella famiglia delle Cactaceae troviamo esempi sorprendenti di strutture spirali che riflettono la successione di Fibonacci:

Mammillaria compressa: presenta spirali di tubercoli (proiezioni spinose) disposte in due direzioni opposte, spesso in numeri consecutivi della serie (es. 13 e 21 o 21 e 34);

Echinocactus grusonii (il famoso "cuscino della suocera"): mostra evidenti costolature spirali, con andamenti numerici legati alla serie (fig 9)



Astrophytum asterias: sebbene appaia più simmetrico e tondeggiante, presenta una disposizione geometrica regolare delle areole che richiama simmetrie pentagonali;

Ferocactus glaucescens: anche in questo caso, le spine e le costole seguono schemi radiali riconducibili a proporzioni auree e spirali logaritmiche.

Questi esempi non sono frutto del caso: la disposizione di foglie, petali, semi, infiorescenze o brattee segue precise leggi geometriche e matematiche, legate alla crescita ottimale e all'efficienza biologica (Douady & Couder, 1996).

L'esempio più emblematico e forse più spettacolare è quello del broccolo romanesco, le cui cime formano spirali disposte secondo i numeri di Fibonacci. Ogni sua "rosetta" riproduce in piccolo la forma del broccolo intero: una struttura frattale, ovvero una figura in cui ogni parte è simile al tutto (Mandelbrot, 1982). (fig 10)



Nel XIX secolo, Louis e Auguste Bravais osservarono che molte piante mostrano disposizioni spiraliformi dei propri organi secondo angoli costanti. In particolare, l'angolo tra due foglie successive sullo stesso fusto è spesso pari a $137,5^\circ$, noto come angolo aureo (Jean, 1994). Questo valore deriva dalla divisione di un angolo giro (360°) per il numero aureo: $360^\circ / 1,618 \approx 222,5^\circ$

Ciò significa che ogni foglia nuova cresce con una rotazione di circa $222,5^\circ$ rispetto alla precedente, evitando sovrapposizioni e ottimizzando la fotosintesi grazie a una migliore esposizione alla luce solare (Adler et al., 1997). (Fig 11)



Una breve parentesi storica: perché 360 gradi?

Perché l'angolo giro è di 360 gradi e il tempo è misurato in sessantesimi? Questo sistema deriva non dal sistema decimale indo-arabo, ma dall'antico sistema sessagesimale babilonese. I Babilonesi scelsero il 60 perché è il più piccolo numero altamente divisibile (12 divisori interi), e lo usarono per calcolare angoli e tempo (Ifrah, 2000).

La spirale logaritmica si ritrova ovunque in natura. Questa struttura si ripete perché consente una distribuzione ottimale dell'energia: luminosa, sonora o elettromagnetica (Livio, 2003).

- Il girasole dispone i semi a spirale per ricevere luce equamente in ogni punto del disco floreale.

Persino nella *Chamaerops humilis* dell'Orto Botanico di Palermo, la forma spiraliforme garantisce uguale luce a tutte le foglie (fig 12)



Geometrie vegetali e simbologia antica

Sezionando i fusti di alcune piante comuni, troviamo **geometrie perfette** che collegano biologia, matematica e spiritualità.

- Il Grespino comune (*Sonchus oleraceus*), tagliato trasversalmente (fig 13)



mostra un cerchio iscritto in un pentagono perfetto. Nel testo *Geometria Sacra*, Pierluca Zizzi scrive:

“Nel Pentagono il segmento ST è sezione aurea di AS, AS lo è di AC, e quest’ultimo del lato AB.”

Il pentagramma era per i pitagorici simbolo di perfezione e armonia, nonché segno di riconoscimento iniziatico (Zizzi, 2020).

- Tagliando trasversalmente il fusto della salvia (*Salvia officinalis*), si può osservare una struttura che ricorda una circonferenza inscritta in un quadrato: il contorno esterno del fusto ha, infatti, forma quadrangolare, mentre i tessuti centrali assumono una disposizione quasi circolare (fig 14)



Ancora Zizzi sottolinea: *“Il cerchio inscritto in un quadrato è simbolo della divinità nascosta nella materia. Il rapporto cielo-terra è rappresentato dal rapporto tra cerchio e quadrato”*.

Questo rimanda all’ottagono come figura intermedia tra uomo e divino, tra Terra e Cielo: proprio come l’architettura di Castel del Monte, commissionata da Federico II, simbolo esoterico e matematico, ispirato, forse, dallo stesso Fibonacci.

Conclusione

Fibonacci non fu soltanto un matematico: fu un interprete dell’universo, capace di riconoscere nei numeri un linguaggio universale, un ponte tra la scienza e la spiritualità. Le sue opere, a partire dal celebre *Liber Abaci*, non si limitano a rivoluzionare la matematica europea: anticipano una visione unificata del sapere, in cui natura, ragione e filosofia dialogano in perfetta armonia.

Il suo incontro con Federico II di Svevia, figura emblematica del pensiero laico e illuminato del Medioevo, rappresenta simbolicamente la fusione tra sapere e potere, tra scienza e visione politica, tra il rigore della matematica e il sogno di un mondo governato dalla conoscenza. È uno dei momenti più straordinari della cultura medievale, in cui la ricerca scientifica si intreccia con l'arte, la spiritualità e l'architettura.

Dalla successione dei conigli alla spirale logaritmica che modella la crescita delle piante e la forma delle galassie; dai petali delle rose alle proporzioni auree di Castel del Monte, la matematica si rivela come la grammatica della natura: un codice invisibile che lega microcosmo e macrocosmo, materia e significato.

Come scriveva Alfred North Whitehead, «La matematica è la più pura forma di pensiero immaginativo».

In questa prospettiva, la sezione aurea non è soltanto una curiosità geometrica: è un principio archetipico di armonia, che attraversa i linguaggi della biologia, della musica, della pittura, della cosmologia. La sua presenza nel cuore stesso della struttura della realtà suggerisce che la matematica non si limita a descrivere il mondo, ma ne svela il senso più profondo.

Come avrebbe detto secoli dopo Galileo Galilei: «La natura è un libro scritto in caratteri matematici».

E Fibonacci, ben prima, aveva cominciato a leggerlo...

Il suo percorso intellettuale, reso possibile anche grazie alla lungimiranza e al sostegno di Federico II, dimostra come il sapere, quando coltivato e sostenuto, possa contribuire a cambiare il mondo.

Bibliografia

- Abulafia, D. (1992). Federico II. Un imperatore medievale. Il Mulino.
- Adler, I., Barabé, D., & Jean, R. V. (1997). *A History of Phyllotaxis*. Annals of Botany, 80(3): 231–244.
- Devlin, K. (2011). *The Man of Numbers: Fibonacci's Arithmetic Revolution*. Walker & Company, New York.
- Douady, S., & Couder, Y. (1992). *Phyllotaxis as a physical self-organized growth process*. Physical Review Letters, 68(13), 2098–2101.
- Eco, U. (1980). *Il nome della rosa*. Bompiani.
- Euclide. *Elementi*, Libro VI – definizione della sezione aurea.
- Fibonacci, L. (1228). *Liber Abaci*. (<https://www.academia.edu/39339960/II>).
- Ifrah, G. (2000). *The Universal History of Numbers: From Prehistory to the Invention of the Computer*. Wiley & Sons, New York.
- Jean, R. V. (1994). *Phyllotaxis: A Systemic Study in Plant Morphogenesis*. Cambridge University Press.
- Kepler, J. (1611). *De nive sexangula*.
- Livio, M. (2002). *The Golden Ratio: The Story of Phi, the World's Most Astonishing Number*. Broadway Books.
- Mandelbrot, B. B. (1982). *The Fractal Geometry of Nature*. W. H. Freeman, New York.
- Manoussaki D, Chadwick RS, Ketten DR, Arruda J, Dimitriadis EK, O'Malley JT (2008). The influence of cochlear shape on low-frequency hearing. Proc Natl Acad Sci U S A, 105(16):6162-6166.
- Menninger, K. (1992). *Number Words and Number Symbols: A Cultural History of Numbers*. Dover Publications, New York.
- Moscarelli, M. & De Paulis, R. (2016). The golden perfection of the aortic valve. International Journal of Cardiology, Volume 205, 165 – 166.
- Messina A. e AA VV: Acufenologia. Primerano editore, 2024
- Pietsch M, Aguirre Dávila L, Erfurt P, Avci E, Lenarz T, Kral A. (2017). Spiral Form of the Human Cochlea Results from Spatial Constraints. Sci Rep., 7(1):7500.
- Rashed, R., & Armstrong, A. (2000). *Fibonacci and the Arabic Mathematics Tradition*. In *The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam*. Princeton University Press.

Ripamonti, L. (20 dicembre 2009). Sezione aurea: il segreto della pressione «perfetta. Corriere della Sera, Salute.

Stewart, I. (2001). *Nature's Numbers: The Unreal Reality of Mathematics*. Basic Books.

Vanneste S, Song JJ, De Ridder D. (2013). *Tinnitus and musical hallucinosis: the same but more*. Neuroimage, 82:373-83.

Zizzi, P. (2020). Geometria sacra. Simboli di potere. La geometria spirituale e i suoi utilizzi. Psiche 2, pp. 308.